

Suites Arithmétiques

1) Définition : Soit $\in \mathbb{N}$, une suite est une application notée $U(n)$ ou U_n (se lit U indice n) définie par $U_n: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ou $U_n: I \rightarrow \mathbb{R}$ tel que $I \subseteq \mathbb{N}$

Exemples :

$$\oplus U_n: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}; n \mapsto n^2 + 1$$

$$\oplus U_n: [3, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}; n \mapsto \sqrt{n-3}$$

Les réels $U_0, U_1, U_2, \dots, U_n$ s'appellent les termes de la suites U_n .

Les réels U_0, U_1 s'appellent deux termes consécutifs de la suites U_n .

2) Type des suites : Pour cette année (les classes de 2^{ème} secondaire), on a deux suites l'une arithmétique et l'autre géométrique .

a) Définition : La suite (U_n) est dite arithmétique (SA) s'il existe un réel r indépendant de n vérifiant $U_{n+1} - U_n = r$. Le réel r s'appelle le raison de la suite (U_n)

Exemple : $U_n = 2 - 3n$ est une SA de raison $r = -3$. En effet :

$$U_{n+1} - U_n = 2 - 3(n+1) - (2 - 3n) = 2 - 3 - 3 - 2 + 3n = -3$$

b) Notion : L'écriture $U_n = U_0 + nr$ est dite le terme général de la SA (U_n) où U_0 est le 1^{er} terme de cette suite.

c) Autre écriture : Si p et q deux entiers alors $U_p = U_q + (p - q)r$.

d) Termes consécutifs : les réels a, b et c (selon cet ordre) sont des termes consécutifs si $a + c = 2b$

En particulier : (U_n) est une SA si $U_0 + U_2 = 2U_1$

3) Somme de n premiers termes :

a) Définition : On appelle somme de n premiers termes et on la note S_n toute écriture de la forme $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$. On l'abréviée aussi par cette écriture :

$$S_n = \sum_{k=0}^n U_k$$

Exemple : Si $U_n = 2 - 3n$ alors :

$$S_{20} = 2 - 1 - 4 - 7 - 10 - \dots - 58 = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{20} = \sum_{k=0}^{20} U_k$$

b) Calcule de la somme :

1 ^{er} cas :	2 ^{ème} cas :
$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ $= \sum_{k=0}^n U_k = \frac{n+1}{2} (U_0 + U_n)$	$S = U_p + U_1 + U_2 + \dots + U_q$ $= \sum_{k=p}^q U_k = \frac{q-p+1}{2} (U_p + U_q)$

Exemple : Si $U_n = 2 - 3n$ alors :

$$S = U_{13} + U_1 + U_2 + \dots + U_{20} = \sum_{k=13}^{20} U_k = \frac{20-13+1}{2} (U_{13} + U_{20}) = 4(-37 - 58) = -380$$